**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

***Дифференциальным******уравнением***называется уравнение, связывающее между собой  
независимую переменную ***x***, искомую функцию ***у***и её производные или  
 дифференциалы.

*F(x,y,y') = 0* или *F = 0,F(x,y,y") = 0.*

Дифференциальное уравнение называется *обыкновенным,* если искомая функция зависит от одного независимого переменного.

*Порядком* дифференциального уравнения называется порядок старшей производной (или дифференциала), входящей в данное уравнение.

***Общим******решением***дифференциального уравнения первого порядка называется функция *у = ᵠ(х,С),* которая обращает это уравнение в тождество.

***Частным******решением***дифференциального уравнения первого порядка называется функция *у* = *ᵠ (х,С0*), которая получается из общего при фиксированном значении С0.

График частного решения дифференциального уравнения называется *интегральной  
кривой.*

Общему решению дифференциального уравнения соответствует *семейство интегральных  
кривых.*

Дифференциальные уравнения первого порядка бывают:

1. **с разделёнными переменными** *f(x)dx + g(y)dy* = 0 чтобы решить, необходимо проинтегрировать обе части уравнения ;
2. **с разделяющимися переменными** *f(x)f1 (y)dx + g(y)g1(x)dy* = 0

для решения нужно сначала разделить переменные: dx + dy = 0 ,

а затем проинтегрировать обе части уравнения;

**3**. **однородные** *P(x,y)dx + Q(x,y)dy =* 0, где *P,Q --* однородные функции  
одинакового измерения, с помощью подстановки *у = t* **∙** *х* и *dy* = *xdt* + *tdx*

Приводится к уравнению с разделяющимися переменными;

**4**. **линейные** *у' + Р(х)* ***∙*** *у = Q(x)*

C помощью подстановки *y=u∙v* и *у'==*+v

сводится к решению двух уравнений с разделяющимися переменными.

Примеры:

**1**. Найти частное решение уравнения *xdx + ydy* = 0, удовлетворяющее начальным

условиям *у* = 1 при *х* = 1.

Решение: уравнение с разделёнными переменными, поэтому проинтегрируем обе части уравнения:

***+ =***

*+=*

*x2 +y2 =С - общее решение.*

Для нахождения значения *С* подставим начальные условия в общее решение: 12+12=С, *С = 2,* следовательно, х2 *+у2* = 2 **- *частное решение.***

2. Решить уравнение: *у' =*

Решение: *у' =*  , тогда уравнение примет вид: или *xdy = ydx -*

уравнение с разделяющимися переменными, разделим обе части

уравнения на произведение *х****∙****у,* получим с разделёнными переменными, интегрируем обе части уравнения:

**=**

ln|y| = ln|x| + ln|C1 |, *потенцируя*

*|y|* = |C**1**| ∙ |*x*|,*у =* ±C1 *x* , полагая что ± С1 = С, окончательно получим

*у* = С ∙ х.

**3**. Решить уравнение: (х2 - *2у2 )dx + 2xydy =* 0.

Решение: уравнение - однородное, используем подстановку: *у* = *t* ***∙*** *х* и *dy = xdt + tdx*

*(х2 - 2t2 x2 )dx + 2х* ***∙*** *tx* ***∙*** *(xdt + tdx) = 0. x2dx-2x2t2dx + 2x3tdt + 2x2t2dx=0*

*x2dx + 2x3tdt =0 \_*

*+*

*+ 2tdt = 0*

*+ 2 =*

*+ = C ,*

*-общее решение.*

**4**.Решите уравнение: *у'−=(x+1*

уравнение - линейное, используем подстановку: *у = и* ***∙*** *v* и *у' =u+v*

*u+v−=(x+1*

*u+v*∙=(*x+1*

приравняем выражение, стоящее в скобке, к нулю, получим два уравнения:

*− = 0 u= (x+1*

*u= (x+1*

*(x+1=(x+1*

= (x+1)

*dv = (x+1)dx*

*.*

*v = + C*

*y = (x+1****∙****,*

*y = + C ∙(x+1 – общее решение.*

**Для закрепления темы, рекомендую ответить на следующие вопросы:**

1. Как решают уравнения с разделенными переменными?

2. Назовите номера уравнений с разделенными переменными (для 1 и 2 заданий).

3.Что нужно сделать, чтобы решить уравнение с разделяющимися переменными?

4.Назовите номера уравнений с разделяющими переменными (для 1 и 2 заданий).

5. Какую подстановку используют для решения однородных уравнений?

6. Назовите номера однородных уравнений (для 1 и 2 заданий).

7. Какую подстановку используют для решения линейных уравнений?

8. Назовите номера линейных уравнений (для 1 и 2 заданий).

**Задания:**

1. Найти общие решения уравнений:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1***. x2dx = 3y2dy* | **6***. dy = (Зх2 - 2х)dx* | **11***. x2 + y2 = xyy'* |
| **2***. xdx=* | **7***. =* | **12***. (x – y )ydx - x2 dy = 0* |
| **3***. dx=dy* | **8***. y2dx + (x-2)dy = 0* | **13***.2xydy + (x2 - 2y2 )dx = 0* |
| **4***. dy = dx* | **9***. dy - xdx = 0* | **14***. х3dу-у(х2 +y2)dx = 0* |
| **5***. у' -y =* | **10***. у' + y = cos x* | **15***. x****∙****y' + 2y =x2* |

2. Найти частные решения уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| **1***. x2dx + ydy = 0, если у = 1 при х =0* | **11***. х****∙****у2у'=х3 + у3 , у = 3, х = 1* |
| **2***. 2(ху + y)dx = xdy , если у = 1 при х =1* | **12***. (х - y)dx + xdy = 0, у = 0, х = 1* |
| **3***.(1 + x2)dy−2x(y + 3)dx = 0, у = −1, х = 1* | **13***. y2dx + (х2 – ху)dy = 0, у = 1, х = 1* |
| **4***. (l + x)ydx = (у - 1)xdy = 0, у =1; х = 1* | **14***. ху + у2 - (2х2 + ху)у' = 0, у = 1, х = 1* |
| **5***. + dx = , если y=1 при x=0* | **15***. у'− = x, если у =1 при х = 0* |
| **6***. (2х-1)dy = (у + 1)dx = 0, у = 0, х = 5* | **16***. у'(х2 + ху) = у2, если у = 2 при х = 2* |
| **7***. (1-х2)dy + xydx = 0, у = 4, х = 0* | **17***. y' + ytgx = , если y = l при х = 0* |
| **8***. dy + ytgxdx = 0, если у = 1 при х = 0* | **18***. у'- 2у - 3 = 0, если у = 1 при х= 0* |
| **9***. у' tgx = 1 + у , у = −0,5, х =* | **19***. у'+= если y = 1 при х = 2* |
| **10***. у' =х, у = 0, х = 1* | **20***. у' −= ехх3, если у = е, х = 1* |

**Конспект «Дифференциальные уравнения» и примеры 1-4 переписать в тетрадь и письменно ответить на вопросы; решить уравнения 1(1,6) из заданий.**